



Завдання різних форм ЗНО з математики (завдання рівня стандарту) з розв'язанням на прикладах завдань сертифікаційних робіт ЗНО з математики минулих років

Сертифікаційна робота з математики складається із завдань чотирьох форм:

– *завдання з вибором однієї правильної відповіді* (№ 1 – 16), оцінюється 0 або 1 балом. **1** бал, якщо вказано правильну відповідь; **0** балів, якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді на завдання не надано.

– *завдання на встановлення відповідності* («логічні пари») (№ 17 – 20), оцінюється в 0, 1, 2 або 3 бали;
1 бал – за кожен правильно встановлену відповідність («логічну пару»); **0** балів – за будь-яку «логічну пару», якщо зроблено більше однієї позначки в рядку та/або колонці; **0** балів – за завдання, якщо не вказано жодної правильної відповідності («логічної пари») або відповіді на завдання не надано.

– *завдання відкритої форми з короткою відповіддю* (№ 21 – 26).

Структуроване завдання № 21-24 оцінюється 0, 1 або 2 балами, **1** бал – за кожен правильно вказану відповідь; **0** балів, якщо вказано обидві неправильні відповіді або відповіді на завдання не надано;

Неструктуроване завдання № 25-26 оцінюється 0 або 2 балами; **2** бали, якщо вказано правильну відповідь; **0** балів, якщо вказано неправильну відповідь або відповіді на завдання не надано.

– *завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю* (№ 27-28).

Завдання № 27 (алгебра та початки аналізу) оцінюється 0, 1, 2, 3, 4,5 або 6 балами.

Завдання № 28 (геометрія) оцінюється 0, 1 або 2 балами.
балами.

Критерії оцінювання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю сертифікаційної роботи з математики ЗНО-2021

Кількість балів, отриманих за виконання завдань **30¹** (з алгебри і початків аналізу), **31²** (з геометрії), залежить від повноти розв'язання й правильності відповіді.

Загальні вимоги (рекомендації) до виконання завдань з розгорнутою відповіддю:

- розв'язання має бути математично грамотним і повним;
- методи розв'язання, форми його запису і форми запису відповіді можуть бути різними; якщо завдання можна розв'язати кількома способами, то достатньо навести розв'язання лише одним способом;
- за розв'язання завдання, у якому обґрунтовано отриману правильну відповідь, виставляють максимальну кількість балів;
- під час виконання завдання можна використовувати без доведення й посилань будь-які математичні факти та твердження, які містяться в підручниках і навчальних посібниках, що входять до переліку підручників, рекомендованих (допущених) Міністерством освіти і науки України.

Завдання **30** відкритої форми з розгорнутою відповіддю з алгебри і початків аналізу оцінюють за критеріями, які викладено в таблиці 1.

Таблиця 1

Зміст оцінювання	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування	6
Наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо / Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною	5
Наведено логічно правильну послідовність розв'язування.	4

Деякі з ключових моментів розв'язування обґрунтовано недостатньо / Можливі 1–2 негрубі помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого розв'язування / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною	
Наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не обґрунтовано / Можливі 1–2 помилки або описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого розв'язування / Отримана відповідь може бути неправильною, або неповною, або розв'язано правильно лише частину завдання	3
У правильній послідовності розв'язування пропущено деякі етапи. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Можливі помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на подальше розв'язування. Отримана відповідь неповна або неправильна	2
У послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язане не повністю	1
Учасник не приступив до розв'язування завдання, або записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0

Завдання **31** відкритої форми з розгорнутою відповіддю з геометрії оцінюють за критеріями, які викладено в таблиці 2

Таблиця 2

Зміст оцінювання	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування та зазначено всі необхідні для доведення теореми, аксіоми тощо. Наведено рисунок, який відповідає розв'язанню завдання	4

Наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів розв'язування обґрунтовано недостатньо / Рисунок немає / Можливі 1–2 негрубі помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого розв'язування / Отримана відповідь може бути неправильною	3
Наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не обґрунтовано. Рисунок немає / Можливі 1–2 помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною (розв'язано правильно лише частину завдання)	2
У правильній послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язане не повністю	1
Учасник не приступив до розв'язування завдання, або записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0

¹ Завдання **30** сертифікаційної роботи з математики повністю збігається із завданням **27** сертифікаційної роботи з математики (завдання рівня стандарту).

² Завдання **31** сертифікаційної роботи з математики повністю збігається із завданням **28** сертифікаційної роботи з математики (завдання рівня стандарту).

Критерії оцінювання відкритих завдань з розгорнутою відповіддю з математики розміщено на сайті Українського центру оцінювання якості освіти <http://testportal.gov.ua> у розділі «Підготовка до ЗНО - 2021»

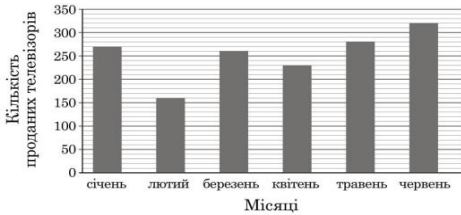
Приклади завдань з розв'язанням

– завдання з вибором однієї правильної відповіді (№ 1 – 16)

№
1

завдання з вибором однієї правильної відповіді

На діаграмі відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Яке з наведених тверджень є правильним?



А	Б	В	Г
найменшу кількість телевізорів продано у квітні	у січні продано 240 телевізорів	у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому	у червні продано менше трьохсот телевізорів

А ні, найменшу кількість продано у лютому
Б ні, у січні продано більше 250 телевізорів
В так, у березні продано більше, ніж у лютому
Г ні, у червні продано більше 300 телевізорів

А Б В Г Д
☐ ☐ ☒ ☐ ☐

>

№
2

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Кожен із 40 учасників семінару має бути забезпечений двома однаковими пляшками води. Укажіть *найменшу* кількість упаковок, кожна з яких містить 12 пляшок води, яких вистачить для всіх учасників семінару.

А	Б	В	Г
8	7	6	3

$$40 \cdot 2 = 80 \text{ (пляшок)}$$
$$80 : 12 = 6 \frac{8}{12} > 6 \text{ (упаковок)}$$

А Б В Г Д
☐ ☒ ☐ ☐ ☐

>

№
4

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Розв'яжіть рівняння $x^2 - 8x + 15 = 0$.

А	Б	В	Г
3; 5	-3; -5	-3; 5	3; -5

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 15 = 4$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{4}}{2} = 3,$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{4}}{2} = 5$$

Теорема Вієта

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = -b$$

А Б В Г Д



№
9

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Спростіть вираз $\frac{(2x^2)^3}{4x^9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{x^3}$	$\frac{2}{x^4}$	$\frac{4}{x^3}$	$\frac{3}{2x^4}$	$\frac{1}{2x}$

Степені

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{(2x^2)^3}{4x^9} = \frac{2^3(x^2)^3}{4x^9} = \frac{8 \cdot x^{2 \cdot 3}}{4x^9} = \frac{2x^6}{x^9} = \frac{2}{x^3}$$

А Б В Г Д



№
11

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 10x - 4y = 26, \\ 6x + 4y = 6. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ обчисліть добуток $x_0 \cdot y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-6	4	6	3

$$\begin{array}{r} + \begin{cases} 10x - 4y = 26 \\ 6x + 4y = 6 \end{cases} \\ \hline 16x + 0 = 32 \end{array}$$

$$x = 2, \begin{cases} x = 2 \\ 6 \cdot 2 + 4y = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = -1,5 \end{cases}$$

$$x_0 = 2, y_0 = -1,5, x_0 \cdot y_0 = 2 \cdot (-1,5) = -3$$

А Б В Г Д

№
13

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Розв'яжіть нерівність $10^{x+1} > 0,01$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -2)$	$(-3; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(1; +\infty)$

$$10^{x+1} > 10^{-2}, \text{ оскільки } 10 > 1, \text{ то ця нерівність рівносильна нерівності}$$

$$x+1 > -2$$

$$x > -3$$

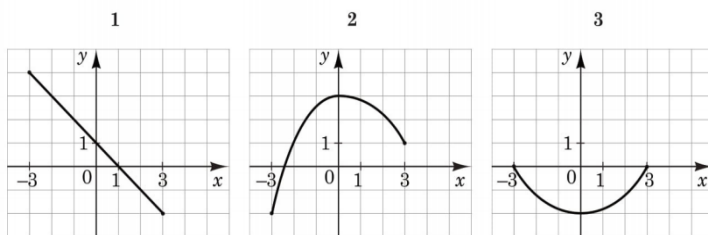
А Б В Г Д



– завдання на встановлення відповідності («логічні пари») (№ 17 – 20)

На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку $[-3; 3]$. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А–Д) цієї функції.

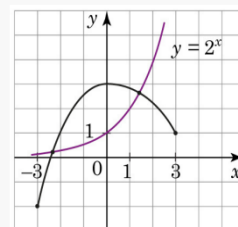
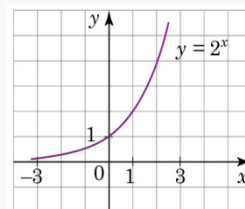
Графік функції



Властивість функції

- А графік функції двічі перетинає графік функції $y = 2^x$
 Б графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 - x$
 В графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 + x$
 Г функція є непарною
 Д функція зростає на проміжку $[0; 3]$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



Установіть відповідність між виразом (1–3) та твердженням про його значення (А–Д), яке є правильним, якщо $a = -0,6$.

Вираз

- 1 a^2
 2 $|a|$
 3 $\log_2(4 + a)$

Твердження про значення виразу

- А дорівнює дробу $\frac{3}{5}$
 Б є від'ємним не цілим числом
 В належить проміжку $[0; 0,5]$
 Г є цілим числом
 Д більше за 1

1 $a^2 = (-0,6)^2 = 0,36 \in [0; 0,5] \rightarrow \text{В}$

2 $|a| = |-0,6| = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow \text{А}$

3 $\log_2(4 + a) = \log_2(4 - 0,6) = \log_2 3,4 > \log_2 2 = 1 \rightarrow \text{Д}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



– завдання відкритої форми з короткою відповіддю (№ 21 – 26).

Структуроване завдання № 21-24

За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

1. Скільки гривень коштує 1 кг борошна фабрики «Колос»?
2. На скільки відсотків 1 кг борошна фабрики «Колос» дорожчий за 1 кг борошна фабрики «Хлібна»?



За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

Скільки гривень коштує 1 кг борошна фабрики «Колос»?

1). Складемо пропорцію

800 г – 16 грн 56 коп

1000 г – x грн

$$\frac{800}{1000} = \frac{16,56}{x}$$

$$x = \frac{16,56 \cdot 1000}{800} = 20,7 \text{ (грн)}$$

Відповідь:

20,7



№
21.2

За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

На скільки відсотків 1 кг борошна фабрики «Колос» дорожчий за 1 кг борошна фабрики «Хлібна»?

2). $20,7 - 18 = 2,7$ (грн) – 1 кг борошна "Колос" дорожчий за 1 кг борошна "Хлібна"

18 грн – 100 %

2,7 грн – x %

$$x = \frac{2,7 \cdot 100}{18} = 15 \%$$

Відповідь: 15



Неструктуроване завдання № 25-26

№
25

У шухляді лежать лише олівці та ручки. Відомо, що олівців на 12 менше, ніж ручок. Скільки олівців лежить у шухляді, якщо ймовірність вибрати навмання із шухляди одну ручку дорівнює $\frac{5}{8}$?

Теорія ймовірності

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Нехай в шухляді лежить x олівців, тоді ручок та олівців разом
 $x + x + 12 = 2x + 12$

$$k = x + 12, n = 2x + 12$$

Ймовірність навмання вибрати із шухляди ручку

$$P(A) = \frac{x + 12}{2x + 12} = \frac{5}{8}$$

$$8(x + 12) = 5(2x + 12)$$

$$8x + 96 = 10x + 60$$

$$2x = 36$$

$$x = 18 - \text{олівців}$$

Відповідь: 18



№
26

Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста A до міста B . Мотоцикліст виїхав з міста A на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто B одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами A та B , якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста A до міста B тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.

Нехай $V_B = x$ км/год, тоді $V_M = (x + 48)$ км/год

Велосипедист витратив на дорогу від A до B 2 години, отже, відстань від A до B : $S = x \cdot 2$ (км).

Мотоцикліст витратив на дорогу від A до B $2 - 1,5 = 0,5$ години, отже, відстань від A до B : $S = (x + 48) \cdot 0,5$ (км).

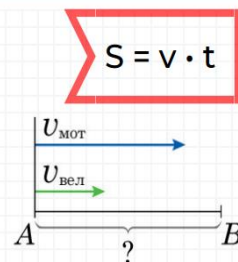
$$2x = 0,5(x + 48)$$

$$2x = 0,5x + 24$$

$$1,5x = 24$$

$$x = 16 \text{ (км/год)} \quad \text{Тоді відстань } S = 2x = 32 \text{ (км)}$$

Відповідь: 32



– завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (№ 27(30), 28(31)).

№
30
(27)

завдання з розгорнутою відповіддю

Задано функцію $y = \sqrt{x} - 2$.

- Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x . Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0
9	

- Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$.
- Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.
- Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$.
- Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.
- Обчисліть площу S цієї фігури.



1

Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x . Результати запишіть у таблицю.

2,3

Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$.

Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.

1

ЯКЩО $x = 0$, ТО $y = \sqrt{0} - 2 = -2$;

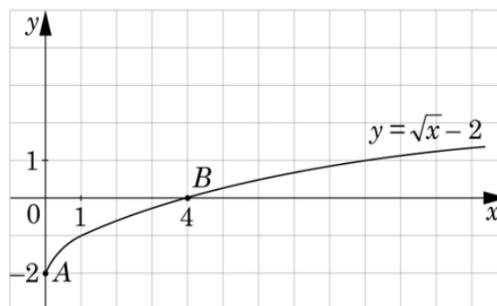
ЯКЩО $y = 0$, ТО $0 = \sqrt{x} - 2$; $\sqrt{x} = 2$, $x = 4$;

ЯКЩО $x = 9$, ТО $y = \sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1$

x	y
0	-2
4	0
9	1

2,3

Графік функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$ зображено на рисунку.



Точки $A(0; -2)$ і $B(4; 0)$ – точки перетину графіка з осями y та x відповідно – позначено на рисунку.

4

Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$.

5

Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.

4

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} - 2$$

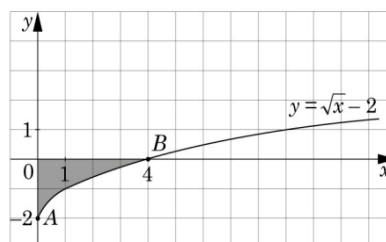
$$F(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - 2x = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - 2x = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 2x.$$

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

5

$$S = \int_0^4 \left(0 - \left(x^{\frac{1}{2}} - 2 \right) \right) dx = \int_0^4 \left(2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx.$$

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$



№
30
(27)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

6

Обчисліть площу S цієї фігури.

$$S = \int_0^4 \left(2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \left(2x - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} \right) \Big|_0^4 = 8 - \frac{2\sqrt{4^3}}{3} = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}.$$

формула Ньютона-Лейбніца

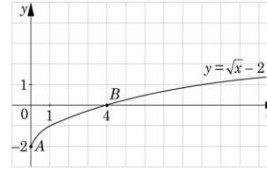
$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

ВІДПОВІДЬ

1

x	y
0	-2
4	0
9	1

2, 3



4

$$F(x) = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 2x.$$

5

$$S = \int_0^4 \left(2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx.$$

6

$$S = \frac{8}{3}.$$

>

№
31
(28)

завдання з розгорнутою відповіддю

У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ з основою $ABCD$ бічне ребро утворює з площиною основи кут β . Довжина бічного ребра дорівнює 12.

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та позначте кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди.
2. Визначте довжину висоти піраміди.
3. Знайдіть об'єм піраміди $SABCD$.

>

№
31
(28)

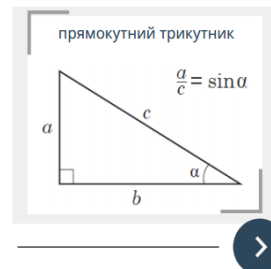
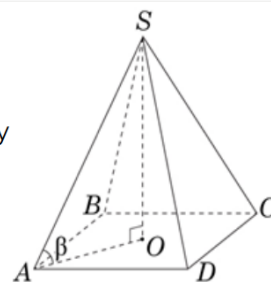
РОЗВ'ЯЗАННЯ

- 1 Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та позначте кут β між бічним ребром SA та площиною основи піраміди.
- 2 Визначте довжину висоти піраміди.

- 1 Правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ зображено на рисунку, SO - висота піраміди. OA - проекція SA на площину основи піраміди ($ABCD$), тоді $\angle SAO = \beta$

- 2 З прямокутного трикутника SOA визначимо висоту SO

$$SO = SA \cdot \sin \beta = 12 \sin \beta$$



№
31
(28)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

- 3 Знайдіть об'єм піраміди $SABCD$.

З прямокутного трикутника SOA визначимо AO

$$AO = SA \cdot \cos \beta = 12 \cos \beta$$

Знайдемо площу квадрата $ABCD$

$$S_{ABCD} = \frac{(2AO)^2}{2} = 288 \cos^2 \beta$$

Визначимо об'єм піраміди $SABCD$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 288 \cos^2 \beta \cdot 12 \sin \beta = 1152 \cos^2 \beta \sin \beta$$

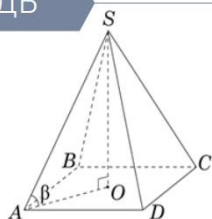
ВІДПОВІДЬ



$$S_{\text{квадрата}} = \frac{d^2}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

1



2 $SO = 12 \sin \beta$

3 $V_{SABCD} = 1152 \cos^2 \beta \sin \beta$

БАЖАЄМО УСПІХІВ!